Incertesa de mesura

Guillem Gómez Blanch

guillemgoblanc@ctv.es
VALFEX: Valenciana de Física Experimental
http://www.ua.es/dfa/valfex

Mesura i incertesa

Un instrument de mesura interacciona durant l'acte de mesura, amb un objecte físic per a determinar el valor de la magnitud a mesurar o mensurand. Aquest valor, però, ha d'acompanyar-se amb el de **l'interval en què creiem que es troba el valor atribuïble al mensurand o valor "exacte"**. Anomenem , en un sentit ampli, incertesa a aquest interval.

Resultat mesura±incertesa

La natura matemàtica de la incertesa és la d'una desviació estàndard estadística (fins i tot quan no és calculada estadísticament, ans deduïda) Distingim entre incertesa estàndard u (assimilable a una desviació estadística estàndard) i incertesa estesa, múltiple de l'anterior (generalment 2 vegades, equivalent a un cobriment K del 95 %)

Quan hom utilitza un instrument per a avaluar si la magnitud mesurada es troba en un determinat camp d'especificació **± T la incertesa ha d'ésser entre 3 i 10 vegades menor** (criteri per a elegir/validar un instrument)

$$\frac{T}{3} \leq I \leq \frac{T}{10}$$

Dos tipus d'incertesa

Hi ha dues maneres de calcular l'incertesa: per **determinació experimental i el processat estadístic corresponent** , anomenat tipus A, i

sense determinació experimental (p. e. a traves d'especificacions), que s'anomena de tipus B.

Començarem considerant la incertesa tipus A per claredat explicativa.

Determinació de la incertesa d'un instrument: calibració

Partim d'un instrument que té un rang de mesura compresa entre xa i xb i una resolució r. Per a que els seus valors de mesura siguen metrològicament acceptables les hem de referir a patrons a traves de la calibració.

La incertesa d'un patró de calibració i la calibració d'aquest es referència a un patró de nivell més alt i aquest a un altre encara més alt fins arribar als "patrons absoluts" a traves de cadenes metrològiques. Generalment es demana que la incertesa d'un patró siga 4 vegades més petita que la de l'instrument que deu calibrar (TUR)

Siga I_0 la incertesa estesa d'un patró p. e. a l'inici del rang de mesura, amb un coeficient de cobriment K. Determinem la incertesa estàndard u_0:
$u_0 = I_0/K$
Realitzem ara una sèrie de n mesures (p. e. 10) del patró de valor xo amb l'instrument, obtenint la sèrie de resultats {xi}. Calculem la mitja xm i la desviació estàndard s
Donat que les incerteses estàndard són de la mateixa natura que les desviacions estàndard s'adicionen com aquelles, sumant -se les corresponents variances o quadrat de desviació estàndard.
Aleshores, si la correcció de calibració c és igual al patró x0 menys la mitja dels valors obtinguts x_m:
$c = x_0 - x_m$,

en correspondència amb aquesta expressió podem escriure, tenint en compte que la variança de la mitja és igual a la dels valors dividint pel nombre de mesures:

$u^2 = u_0{}^2 + s^2/n$
Una manera d'expressar el resultat de la calibració és: correcció de calibració i incertesa, únics o al llarg del camp de mesura(corba de calibració). Una altra manera de presentar els resultats de la calibració és amb una correcció general per a tot el camp de mesura i una incertesa també global calculada com la major de les expressions
$I^2 = K^2 u^2 = K^2 (u_0{}^2 + s^2/n) + (x_0 - x_m)^2$
incorporant el darrer terme la dispersió atribuïble a la distribució rectangular de les correccions de calibració. Quan la incertesa calculada és menor que la resolució, aleshores hom la pren igual a la resolució.

Determinació de l'incertesa d'un instrument a partir de la seua especificació (incertesa tipus b)

La documentació que acompanya un instrument descriu la seua incertesa –determinada o "verificada" bé per calibració o en l'anomenada verificació primitiva, rera la seua fabricació– en forma de especificació primària (prescindint de magnituds d'influença), p. e.

Ip = Base + % mesura

Ip = Base +%camp de mesura +%mesura

En certs equips hom elabora també l'especificació secundaria relativa a les variables d'influença. Quan aquestes superen uns certs intervals cal considerar un augment de la incertesa definits per uns coeficients específics, p. e.:

Is = ΔV.K v + ΔT. KT

D' on deduï m que, per a determinar la incertesa d'un instrument cal de vegades dedicar un temps a estudiar la seua especificació i fer els petits càlculs corresponents al seu ús.

Alguns aspectes tècnics

Convé tenir clar, en un laboratori quin equip calibra a qui ;com es calibren externament (o front a patrons "primaris") i quina és la metodologia de cada calibració. Anotar el valor de la incertesa abans de fer qualsevol ajust de l'equip

Les variacions de temperatura acostumen a ser un gran inconvenient per a la precisió de les mesures.

Evitar incidència del sol en els equips

Determinació de la incertesa d'una magnitud derivada d'altres

En l'experimentació científica i en la construcció de dispositius de mesura és forca freqüent que hom haja de calcular la incertesa del resultat d'aplicar una certa llei tot partint de la incertesa de les variables les quals hom ha determinat p. e. a partir de la especificació dels instruments de mesura.

Siga la llei general y = f (x_1,x_2…x_n) (contínua i derivable en l'entorn). En una mesura qualsevol, les variables presentaran discrepàncies dels valors origen acotades per la incertesa, produint una variació de la funció Aleshores (Taylor):

$$y - y_0 = \sum_{I=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_{0i}} (x - x_{oi}) + ...$$

I, elevant al quadrat i prenent valors esperats obtenim: (llei de propagació de la incertesa)

On u ($x_i x_j$) és la co-variança de les mesures que apareix quan les mesu-

$$u^2 = E\left\{(y - \bar{y})^2\right\} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2{}_i + 2\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right) u(x_i x_j)$$

res de dues magnituds no són independents:

on, a més de les incerteses estàndard u_i, tenim les co-variances entre parelles de magnituds. Si aquestes no existeixen queda simplement:

$$u(x_i x_j) = \frac{\sum_{k=1}^{m} (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)}{m - 1}$$

$$u^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2{}_i$$

Es pot aplicar la derivada logarítmica per a deixar el resultat en funció del valor de la funció:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f \cdot \frac{\partial \ln f}{\partial x}$$

Exemple ("Bruixolat"): el camp magnètic creat al centre d'una espira recorreguda per un corrent elèctric d' intensitat I i radi R ve donat per l'expressió:

$$u^2 = f^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \right)^2 u^2{}_i \qquad B = \frac{mI}{2R}$$

Aleshores:

Un cop coneguda la incertesa estàndard, la incertesa estesa s'obté mul-

$$u_B^2 = B^2 \left(\frac{u_I^2}{I^2} + \frac{u_R^2}{R^2} \right)$$

tiplicant per un coeficient de cobriment K (aprox.2)

Bibliografia

Guide to the expression of uncertainty in measurement ISO 1995, ISBN92 97 10188-9.