

La Societat Matemàtica Al-Khwarizmi

Francisco Jesús García García

Anna M. Vaello i Sebastià

Universitat d'Alacant



Resum

La Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi desenrotlla la seua activitat des de 1991 en camps tals com la divulgació i popularització de les matemàtiques o la reflexió dels professionals de l'educació matemàtica sobre les tècniques que utilitzen. Amb el nou segle, en el que es conforma una societat altament tecnològica, estes tasques no sols segueixen sent possibles sinó que coincidixen en gran mesura amb què poden desenrotllar altres associacions amb què, com és el cas de la Curie, serà ineludible col·laborar estretament.

1. Antecedents

Si bé no és l'únic, un dels principals objectius de la *Societat Matemàtica Al-Khwarizmi* és l'educació matemàtica. Separats, els termes educació i matemàtica, encara que molt difícils de definir amb precisió, suggerixen conceptes familiars. Al contrari, la seua conjunció -educació matemàtica- sol resultar molt cridaner.

No obstant això de fet la preocupació pels valors educatius de la matemàtica i en la matemàtica, es poden rastrejar molt arrere en el temps fins a almenys 300 anys abans de Crist, moment de la difusió dels **Elements** d'Euclides, el manual de geometria elemental per antonomàsia fins a finals del segle XIX, quan l'ascensió de l'àlgebra i la geometria analítica acaba per desallotjar-los de la seua posició hegemònica en l'ensenyament. No és pot deixar de ressaltar el valor educatiu dels **Elements** i el protagonisme que, al seu torn, van exercir les institucions educatives en la supervivència i difusió universal dels mateixos.

El mateix disseny dels **Elements** es basa en un afany tant teòric i metodològic com a didàctic, fins al punt de constituir el precedent més antic de matemàtica concebuda per a l'educació: Euclides no sols ensenya una ciència sinó que pareix empenyorat a ensenyar a aprendre-la i construir-la utilitzant com a estratègia la *resolució de problemes* per a perfeccionar la intelecció del conjunt de la geometria. Els **Elements** no van ser, d'altra banda, una excepció. Almenys una altra de les obres de *Euclides*, **Sobre paral·logrames** -casos pràctics dirigits a formar i depurar el raonament matemàtic-

inclou en el seu disseny la intenció de facilitar l'adquisició de coneixements, ordenant-los, sistematitzant-los i proposant exemples i exercicis. Concepció didàctica que no havia de ser estranya a les matemàtiques hel·lenes, si es té en compte la proximitat terminològica entre *mathematiké* i el verb *mantháno*: aprendre, instruir-se, arribar a conèixer.

A la pervivència dels **Elements** va contribuir essencialment eixe caràcter didàctic, que va incentivar la seua transformació en un text viu que va anar incorporant en cada una de les seues edicions escolios, suplementos, simplificacions, glosses, proves, comentaris i les normalitzacions del llenguatge matemàtic disponibles en cada època i cada cultura, de mode que els **Elements** han estat reconstruint-se contínuament.

El paper central dels Elements en els "sistemes educatius" grec, llatí, àrab i occidental està fora de tot dubte. El medieval *quadrivium de les ciències* -astronomia, música, geometria i aritmètica- va tindre *Euclides* com a columna vertebral. Els **Elements** van prestar el seu valor cultural i els seus serveis instructius més enllà de les institucions acadèmiques, des de l'educació dels nobles i el clero fins a la instrucció militar.

Tanta universalitat és achacable no sols a la geomètrica sintètica. Els **Elements** són també una obra de lògica aplicada, utilitzable i utilitzada durant generacions com model per a argumentar i com a escola per a l'educació en el raonament lògic.

A pesar dels segles transcorreguts, els **Elements** són sorprenentment actuals en algunes de les seues orientacions didàctiques: encara hui continuen encarnant el paradigma del rigor informal, del poder de la visualització, de la demostració constructiva; en definitiva d'una axiomàtica material, ingènua, intuïtiva i informal en contraposició a l'axiomàtica formal, tan plena de manipulacions mecàniques com a òrfeua de valors formatius.

2. Les associacions científiques

Les societats científiques que es van formant a Europa a partir dels segles XVII i XVIII com la *Royal Society*, la més famosa gràcies a Newton, o l'*Academie des Ciències de París* (a la que, per cert va pertànyer Jorge Juan, el més assemblat a un científic universal que ha tingut el que hui és la Comunitat Valenciana fins que Ramón i Cajal ocupa la seua càtedra a la Universitat de València) a més de les seues comeses purament investigadors, van creant consciència de la necessitat d'una formació matemàtica i científica dels ciuta-

dans. Napoleó asseu les bases perquè l'educació es generalitze, i amb tal generalització progressivament es va plantejant el problema de com aconseguir que capes cada vegada més àmplies de la població compreguen de manera efectiva els conceptes matemàtics. Ja en el segle XX, este problema dóna lloc a moltes reflexions individuals (Félix Klein, Puig Adam,...) i sobretot, propicia l'aparició en tot el món de societats professionals directa o indirectament relacionades amb ell. Algunes, com l'americana NCTM -sabuda és l'enorme capacitat organitzativa del món anglosaxó- immediatament aconseguen un desenvolupament espectacular.

A Espanya la *Reial Societat Matemàtica Espanyola* dedica una xicoteta part de la seua activitat a estos menesters i el CSIC organitza un parell de trobades monogràfiques als anys 60 dedicats a l'aprenentatge de les matemàtiques, però cal esperar fins mitjan els anys huitanta perquè es fonen les dos primeres societats civils, és a dir sense vinculació cap amb l'administració, o dit d'una altra manera creada des d'avall cap amunt: la *Societat Canària de Professors de Matemàtiques Newton* i la *Societat Andalusia d'Educació Matemàtica Thales*, a les que seguirien la *Societat Catellonenca de Matemàtiques* i, ja en 1991, la *Societat de Pofessors de Matemàtiques d'Alacant*.

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana . Al-Khwarizmi

3. La Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi

En 1995 es crea la Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi de la Comunitat Valenciana, amb els següents fins:

- Difondre els corrents de pensament matemàtic, transmetre innovacions educatives i canalitzar els diversos corrents per a l'ensenyament i l'aprenentatge matemàtic, per tal de facilitar l'actualització del professorat de Matemàtiques.
- Impulsar el desenvolupament de les investigacions en Educació Matemàtica.
- Realitzar estudis, crítiques i propostes de currículum per a cadascú dels nivells educatius.
- Col.laborar i intercanviar informació amb associacions i societats de similar caràcter i finalitat.
- Fomentar totes aquelles activitats dirigides a superar la discriminació existent per raó de sexe, cultura, raça,... en l'ensenyament de les matemàtiques.

Per tal d'aconseguir els fins exposats, la Societat ha vingut realitzant diverses activitats entre les quals podem destacar:

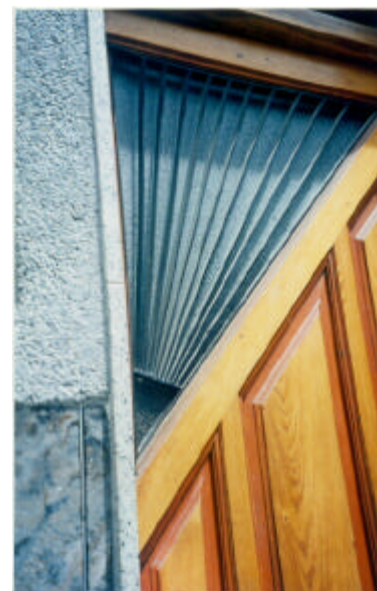
- La celebració **d'Olimpiades Matemàtiques** per a Primària i per a Secundària.
- Concursos de "**Fotografia i Matemàtiques**" que han donat lloc a exposicions itinerants mostrant les millors fotografies presentades.
- L'elaboració dels **Calendaris Matemàtics** que han anat apareixent en diversos diaris de la Comunitat i que s'han acompanyat de premis per als alumnes que resolien els problemes plantejats.
- **Jornades** en les quals mitjançant conferències, ponències i tallers, els professors han intercanviat idees i activitats innovadores.
- **Cursets** d'Internet i Educació Matemàtica.
- **Actes** per a commemorar esdeveniments com els centenaris de *Jorge Juan* o *Descartes*, o *l'any mundial de les matemàtiques*.
- **Publicació** de *SUMA*, revista sobre ensenyament i aprenentatge de les Matemàtiques editada amb la *Federació Espanyola de Societats de Professors de Matemàtiques*.
- **Publicació** de *PROBLEMES OLÍMPICS*, revista de problemes de Matemàtiques
- **Publicació** de "*L'aula de Matemàtiques*", revista d'intercanvi d'experiències didàctiques
- Organització i patrocini **d'exposicions matemàtiques**

...I molts altres projectes que a vegades no es porten a cap per falta de temps.

4. Per què aquest nom?

És fàcil preguntar-se què té a veure un matemàtic persa del segle IX amb els professors de matemàtiques valencians del segle XX. Ens agrada pensar que més que un matemàtic anglès del XVII amb els professors canaris. Vegem per què:

Tot i que a 4000 quilòmetres de Bagdad, també al segle IX manaven mussulmans en aquestes terres; fins el 1609 encara n'hi vivien. Ens deixaren moltes coses: sistema de reg, paraules, receptes de cuina, tradicions,... a alguns fins i tot l'escusa per fer unes festes. Tota la matemàtica grega, hindú i àrab -és a dir, tota la matemàtica- es va introduir en l'Europa medieval a través dels nostres avantpassats musulmans.



Autora: *Alba Martínez Verdú*
Títol: *Convergentes*.
Guanyadora concurs fotogràfic 1999



Amb tot açò, qui millor que un matemàtic mussulmà per donar-nos nom?

5. Qui fou al-Khwarizmi?

Matemàtic, astrònom i geògraf musulmà, *Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi*, potser va nàixer al 783 a la ciutat persa de *Khwarizm* (actual Khiva, a Uzbekistan), situada al sud-est de la mar d'Aral, en la vella ruta de la seda. Estudià i treballà a Bagdad a la primera meitat del segle IX, a la cort del califa Al Mamun. Per molts, fou el més gran matemàtic del seu temps.

Devem al seu nom i al de la seua obra principal, *Hisab al-jabr w'al-muqabala*, les nostres paraules àlgebra, guarisme i algoritme. De fet, és considerat com el pare de l'Àlgebra i l'introduïdor del nostre sistema de numeració.

Al Mamun, califa d'un imperi que anava del Mediterrani fins a l'Índia, fundà a la seua capital, Bagdad, la Casa de la Saviesa, a imatge de la Biblioteca d'Alexandria. S'hi traduïren a l'àrab obres científiques i filosòfiques gregues i hindús. Comptava també amb observatoris astronòmics. En aquest ambient científic i multicultural s'educa i treballa Al-Khwarizmi, el qual dedicà els seus tractats d'àlgebra i astronomia al propi califa.

Al seu tractat d'**àlgebra**, obra eminentment didàctica, es pretén ensenyar una àlgebra aplicada a resoldre problemes de la vida quotidiana a l'imperi islàmic d'aleshores. Traduí't al llatí per Gerard de Cremona, s'utilitzà a les universitats europees com a llibre de text fins al segle XVI. Potser abans d'ell s'havien resolt equacions concretes, però aquest és el primer tractat conegut on se'n fa un estudi exhaustiu. Òbviament no utilitza la nostra simbologia (ni cap altra, tot és escrit amb paraules). En ell estudia les equacions lineals i quadràtiques reduint-les a 6 formes estàndards (una lineal i 5 quadràtiques), que estudia una per una, donant una forma de resolució per a cadascuna. Aquestes formes estàndards tenen sempre coeficients positius; les seues solucions també són sempre reals positius, doncs tant el zero com els negatius (i menys els complexos!) no tenien cap sentit en aquella època. Per cadascuna d'elles explica amb paraules com arribar a la solució, normalment amb el que ara diríem completar quadrats; i ho justifica geomètricament. Els termes *al-jabr* i *al-muqabala* els utilitza per anomenar el que nosaltres entenem per transposició de termes i posterior simplificació de termes semblants amb coeficients negatius i positius. També mostra com operar amb expressions algebraïques senzilles (tot amb paraules, recordem): multiplicant binomis i trinomis.

Aplica l'àlgebra al càlcul d'àrees de figures com el cercle i volums de sòlids com l'esfera, el con, i la piràmide. Per últim tracta problemes d'herències segons la llei islàmica.

De la seua **aritmètica**, potser anomenada originalment *Kitab al-Jam'a wal-Tafreeq bil Hisab al-Hindi*, només conservem la versió llatina, *Algoritmi de numero Indorum*, del segle XII. En aquesta obra descriu amb detall el sistema hindú de numeració posicional en base 10 i mètodes per fer-hi càlculs. Se sap que n'hi havia un per trobar arrels quadrades a la versió àrab, però no apareix a la versió llatina. Potser fou el primer en utilitzar el zero com a xifra. Fou cabdal per a la introducció d'aquest sistema de numeració al món àrab i posteriorment a Europa. Com que ens arribà a través d'ell, parlem de sistema aràbic, quan deuríem dir indo-aràbic.

Del seu tractat sobre **Astronomia**, *Sinshind zij*, també s'han perdut les dues versions que va escriure en àrab. Com amb l'aritmètica, conservem dues versions llatines del segle X. Hi inclou estudis de calendaris, posicions reals del sol, la lluna i els planetes, taules de sinus i tangents, astronomia esfèrica, taules astrològiques, càlculs de paralage i eclipses, i visibilitat de la lluna.

En **Geografia**, amb una obra anomenada *Kitab Surat-al-Ard*, revisà i corregí Ptolomeu pel que fa a l'Àfrica i l'Orient. Llista latituds i longituds de ciutats, muntanyes, mars, illes, regions geogràfiques i rius, com a base per a un mapa del món conegut aleshores. En aquest mapa diu que treballaren a les seues ordres setanta geògrafs.

Fins i tot el seu nom Es troba escrit de moltes formes:

Abu Abd-Allah ibn Musa al-Khwarizmi

Abu Abdullah Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi

Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi

Abu Ja'far Mohammed ibn Mûsâ al-Khowârizmî

Altres transcripcions de la seua obra principal:

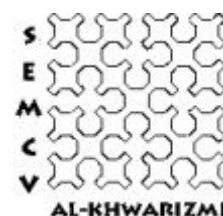
Kitab al jabr w'al-muqabala

Hisab al-yabr wa'l muqqabala

Al-Jabr wa-al-Muqabilah

Hisab al-jabr wal-muqabala

Com a símbol de la unitat de les matemàtiques a través del temps, al mil·lenari nom d'Al-Khwarizmi hem unit com a logotip la quarta iteració d'una de les més famoses *corbes fractals*, deguda a *Sierpinski*. Tancada, al límit, ompli el qua-



drat amb una única corba contínua en tots els seus punts i derivable en cap.

6. Estat actual de la Societat Al-Khwariami

Recentment totes les Societats Matemàtiques, que en els seus principis van invertir molta energia a participar activament en les discussions derivades de la reforma educativa i en les tasques de formació del professorat que d'elles es derivaven, han travessat una xicoteta crisi com a conseqüència de la parcial institucionalització de l'educació matemàtica: s'han creat departaments de didàctica de les matemàtiques en diverses universitats, els Centres de Formació del Professorat cobrixen tota la geografia i els Instituts de Ciències de l'Educació renaixen amb força en totes les universitats. Quin paper li queda a una Societat Matemàtica civil entre tanta institució?

En gran mesura encara no hem acabat de comprendre les respostes a esta pregunta, però ja s'endevinen alguns arguments bàsics que protegeixen l'existència d'una organització no institucional:

1. Les *polítiques educatives* canvien i es troben subjectes a conjuntures i interessos dels governs de torn. Al contrari els interessos de l'educació matemàtica tenen un horitzó molt més durador.

2. L'*intercanvi d'experiències* entre els professionals de l'educació matemàtica interessa especialment els seus protagonistes, sense tuteles institucionals.

3. La *Tecnologia Educativa* té el seu suport essencial a les aules i les societats matemàtiques poden ser el motor que impulse un desenrotllament en què poden estar interessades empreses privades i institucions autonòmiques, estatals i comunitàries.

4. La iniciativa de la discussió sobre *qüestions curriculars* específiques de matemàtiques correspon essencialment als més interessats, els professors de matemàtiques.

5. La *divulgació* de la cultura matemàtica i científica és un camp prometedor en el que les societats matemàtiques tenen molt que dir.

6. A qui pot correspondre la defensa dels interessos corporatius, en el millor sentit del terme, de les matemàtiques sinó és a associacions de matemàtics?

7. Al maig del 68, Daniel Cohn-Bendite ja profetitzava que els sistemes educatius estarien *sempre en reforma*, la qual cosa ve a coincidir amb les més recents opinions (per exemple, la d'Alvaro Marchesi, arquitecte de la LOGSE) que en tot

Europa anuncien la inevitable ampliació de l'escolaritat obligatòria fins als díhuit anys, amb els reptes que això significa per als professionals de l'educació.

7. La Societat Matemàtica Al-Khwarizmi i l'Associació Curie

Són tots els punts enunciats anteriorment privatis de les societats matemàtiques? És fàcil adonar-se que no. Existix un terreny abonat per a una intensa col·laboració entre societats com Al-Khwarizmi i Curie. He-us ací algunes raons:

a) L'educació geomètrica, l'educació probabilística, l'educació matemàtica,... no són més que facetes de la més general *educació científica*, que en una societat tecnològica com l'actual té una importància ineludiblement creixent.

b) Bona part dels professors de matemàtiques no són matemàtics de formació. Entre ells hi ha físics, químics, enginyers, informàtics, biòlegs,... en fi, tot un *mosaic professional* que probablement no es dóna en cap altra especialitat docent.

c) Hi ha un muntó de *campes conceptuales* que són terrenys de ningú. El més clar -però no l'únic- és el càlcul diferencial. La Història de la Ciència és un altre bon exemple.

d) Hi ha un muntó de *campes curriculares* en els que es compartixen -i estan obligats a entendre's- interessos dels matemàtics amb interessos dels físics o els químics: la diversificació curricular en Secundària, tota l'Educació Primària, bona part de la Tecnologia, el disseny del Batxillerat Científic,...

e) La *divulgació científica* i la divulgació matemàtica circulen pel mateix carril i són camps de demanda creixent en una societat científica cada dia més culte que desitja prolongar la seua formació científica més enllà de les aules.

f) Les *aplicacions tecnològiques* són versàtils: les calculadores i els ordinadors que usen els professors de matemàtiques i els professors de física i química són els mateixos.

... I es podrien enumerar moltes més raons que fan aconsellable una col·laboració estreta entre L'Associació Curie i la Societat Al-khwarizmi. A proposar i iniciar esta col·laboració estan dedicades estes línies.

8. Més informació

Més informació sobre Al-Khwarizmi pot trobar-se actualitzada en la nostra web

www.semcv.org

