



Estudio de la rodadura

Pedro Pascual Varó

Joaquín Giménez Torres

I.B. Torrevieja

Introducción

El estudio de la rotación del sólido rígido aparece con relevancia, por primera vez, en el temario de física de COU. Conceptos tales como el movimiento de rodadura con y sin deslizamiento resultan a veces, quizás por lo novedoso y/o por su dificultad intrínseca, difíciles de entender por el alumnado. Ante esto, nos planteamos la posibilidad de elaborar una práctica que nos ayudara a esclarecer estos conceptos. Iniciamos, pues, los trabajos plateándonos teóricamente la caída de objetos rodando por



un plano inclinado y haciéndonos la siguiente pregunta: ¿seríamos capaces de detectar, en este tipo de movimiento, la rodadura con y sin deslizamiento?

Objetivos de la práctica

Principales

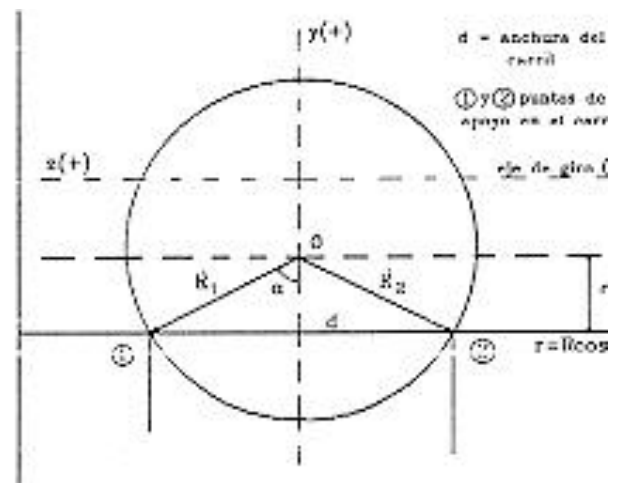
1. Aclarar los conceptos de rodadura con y sin deslizamiento
2. Concienciar, al alumnado, de la problemática experimental (proceso de medida y tratamiento de datos experimentales).

Secundarios

1. Calcular la aceleración de la gravedad.
2. Calcular el coeficiente de rodadura por deslizamiento.
3. Calcular el ángulo bajo el cual el objeto pasa de rodar sin deslizar a rodar deslizando.

Estudio teórico

Lo realizaremos para una esfera maciza que dejamos caer por un carril. Llamaremos "d" a la anchura del carril y "R" al radio de la esfera. Como la esfera se apoya en dos puntos, supondremos la existencia de rozamientos iguales en cada punto de apoyo.



Las ecuaciones del movimiento para la rodadura sin deslizamiento son:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \quad \sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}; \quad F_{RR} \leq F_{Rd}; \quad a = r \cdot \alpha; \quad r = R \cdot \cos \alpha$$

La ecuación de la traslación queda sencillamente: $mg \operatorname{sen} j - 2F_{RR} = ma$

Calculemos el momento resultante

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 &= \vec{R}_1 \wedge \vec{F}_{RR1} = (0, -R \cos \alpha, R \operatorname{sen} \alpha) \wedge (-F_{RR}, 0, 0) = (0, -RF_{RR} \operatorname{sen} \alpha, -RF_{RR} \cos \alpha) \\ \vec{M}_2 &= \vec{R}_2 \wedge \vec{F}_{RR2} = (0, -R \cos \alpha, -R \operatorname{sen} \alpha) \wedge (-F_{RR}, 0, 0) = (0, RF_{RR} \operatorname{sen} \alpha, -RF_{RR} \cos \alpha) \\ \vec{M} &= \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = (0, 0, -2RF_{RR} \cos \alpha) \end{aligned}$$



así pues la ecuación queda: $-2F_{RR}R \cos \alpha$; combinando esta ecuación con la de traslación y teniendo en cuenta la relación entre la aceleración angular y lineal, así como la expresión del radio de giro, se obtiene

$$F_{RR} = \frac{1}{5} m \frac{a}{\cos^2 \alpha}; \quad a = \frac{g \operatorname{sen} j}{\left(1 + \frac{2}{5 \cos^2 \alpha}\right)}$$

resultando una aceleración constante para cada inclinación y para cada combinación esfera/carril.

Calculemos, ahora, el coeficiente de rozamiento por deslizamiento; para ello haremos uso de que el mayor valor de F_{RR} es F_{Rd} , es decir:

$2F_{RR} = 2F_{Rd}$; y como $2N \cos \alpha = mg \cos j$ tenemos que

$$2 \frac{1}{5} m \frac{g \operatorname{sen} j}{\left(1 + \frac{2}{5 \cos^2 \alpha}\right) \cos^2 \alpha} = \mu N = \mu mg \frac{\cos j}{\cos \alpha} \text{ y como consecuencia}$$

$$\mu = \frac{2 \operatorname{tg} j}{5 \left(1 + \frac{2}{5 \cos^2 \alpha}\right) \cos \alpha}$$

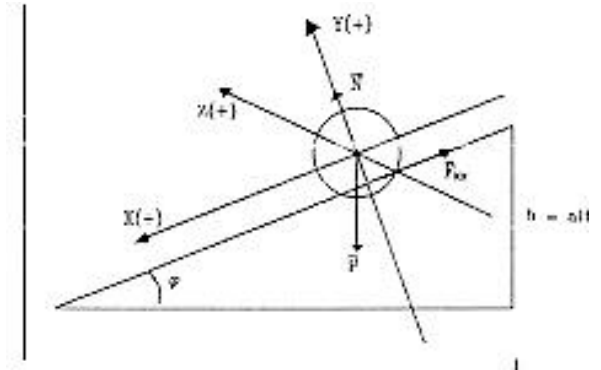
Como dejamos caer la esfera con aceleración constante ha de cumplirse que:

$$l = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{g \operatorname{sen} j}{\left(1 + \frac{2}{5 \cos^2 \alpha}\right)} t^2$$

donde l es la longitud del plano inclinado y si éste tiene una altura h se cumplirá que $\operatorname{sen} j = h/l$, pudiendo escribir la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$h = \frac{2l^2 \left(1 + \frac{2}{5 \cos^2 \alpha}\right)}{g} \frac{l}{t^2}$$

que es la ecuación de una recta, $h = m/t^2$, que pasa por el origen y que tiene por pendiente m . Si representamos h en ordenadas y l/t^2 en abscisas. Se observa la dependencia de la pendiente con la longitud del plano inclinado y la relación esfera/carril; es de esperar por lo tanto, que si fijamos l tengamos diferentes rectas para diferentes esferas sobre el mismo carril. Esta expresión permite, por otra parte, calcular g conocida la pendiente, l y la relación esfera/carril.





Estudio de la rodadura con deslizamiento

Ahora existe independencia entre la rodadura y el deslizamiento por lo que nos centraremos en la ecuación de traslación.

$mg \operatorname{sen} j - F_{Rd} = ma$; y como $F_{Rd} = rmg \frac{\cos j}{\cos a}$ resulta para la aceleración

$$a = g \operatorname{sen} j - r g \frac{\cos j}{\cos a}$$

de valor constante para cada inclinación y relación esfera/carril, con lo que podemos escribir

$$l = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \left(g \operatorname{sen} j - r g \frac{\cos j}{\cos a} \right) t^2$$

Interesa transformar, debido al método de trabajo, esta expresión en otra que ligue h y l/t^2 , para lo cual escribiremos

$$\operatorname{sen} j = \frac{h}{l}; \quad \cos j \approx 1 - \frac{j^2}{2}; \quad y j \approx \operatorname{sen} j$$

con lo que la expresión anterior queda de la siguiente manera

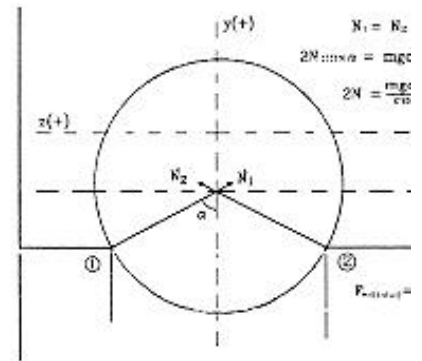
$$l = \frac{1}{2} g \left(\frac{h}{l} - \frac{r}{\cos a} \left(1 - \frac{h^2}{2l^2} \right) \right) t^2$$

si hacemos $y = h/l$; $x = 1/t^2$ la ecuación anterior adopta la forma

$$x = \frac{rg}{4l \cos a} y^2 + \frac{g}{2l} y - \frac{rg}{2l \cos a}$$

y si hacemos $l = 1$ metro quedará $y = h$ con lo que estaremos trabajando con las mismas variables que en el caso de rodadura sin deslizamiento. La bondad de nuestra suposición quedará juzgada por los datos experimentales.

Hemos llegado a la conclusión de que si dejamos caer una esfera maciza, sobre un carril, por un plano inclinado y hacemos la representación de h frente al inverso del cuadrado de los tiempos, deberemos obtener primero una recta que pase por el origen, la cual para una h determinada se continuará con una parábola. La altura a la que ocurra esto nos dará el ángulo del cual la esfera deslizará además de rodar.





Metodología práctica

Material

El montaje del dispositivo de experimental se realizó con los siguientes materiales:

a) Raíl de aluminio de dos metros de longitud. Este raíl se adquirió en un taller de carpintería metálica. Las esferas de acero se desplazan por una abertura del carril que tiene 8'1 mm de ancho. La figura adjunta es una vista frontal del carril con la esfera.

b) Electroimán recuperado de un viejo radiocassete de coche. El electroimán está constantemente sometido a tensión, y sólo cuando se activa el cronómetro se le corta la alimentación. Esto se consigue por medio de un pulsador de dos circuitos. Uno de los circuitos activa el cronómetro y el otro circuito, del mismo pulsador, corta la corriente al electroimán. De esta forma, el circuito electrónico del reloj digital está totalmente aislado del electroimán. El esquema se representa en la figura adjunta.

c) Microinterruptor para detectar el paso de la esfera. Este microinterruptor ha sido también recuperado de un viejo radiocassete de coche.

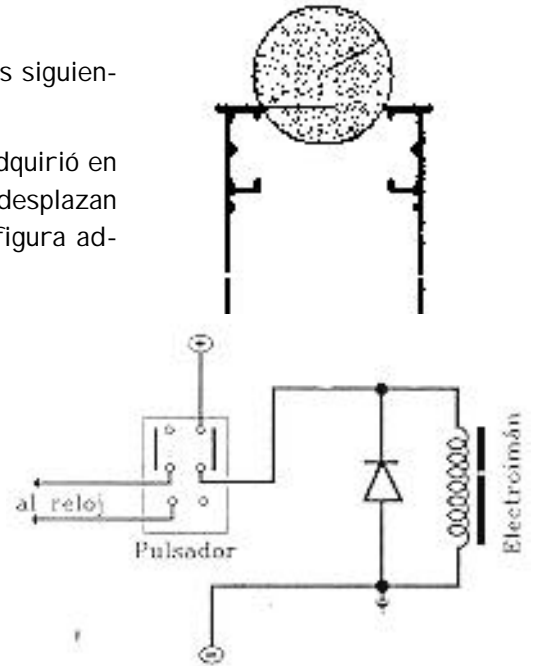
d) Esferas de acero, del laboratorio de física del Instituto. Se utilizaron tres esferas, con los siguientes diámetros: 23'0 mm, 19'0 mm y 15,8 mm. Las masas de las esferas son: 49'62, 28'19 y 16'21 g, respectivamente.

e) Fuente de alimentación, variable de 0 a 12 V, de ENOSA, necesaria para la alimentación del electroimán.

f) Cronómetro, basado en un reloj de pulsera corriente, marca Casio F-91W.

Montaje

Se preparó la práctica colocando el electroimán sobre el raíl de aluminio cogido fuertemente con una goma y a 1 m de distancia, medido sobre el raíl, el detector, sujeto en la abertura del raíl con un poco de plastilina. La distancia se midió con una cinta métrica que aprecia milímetros, y colocando la esfera correspondiente, para que la medida sea de un metro





de centro de la esfera en el electroimán a centro de la esfera en el detector de paso.

Para inclinar el carril de aluminio, se utilizaron dos trípodes unidos entre sí por medio de una barra de acero. El carril se apoyaba sobre esta barra de acero y sobre la mesa del laboratorio. En el extremo del carril, que se apoyaba sobre la mesa del laboratorio, se colocó un cuerpo pesado -una fuente de alimentación- para evitar que el carril se deslizase sobre la mesa. Cuando se quería subir la inclinación del carril bastaba con elevar la barra de acero que lo sostenía y que estaba sujeta a los dos trípodes.

La elevación del carril se midió con una cinta métrica que aprecia milímetros y, como en el caso de la longitud, la medida se realizaba con la bola sujeta al electroimán. La altura de la bola de acero se tomaba con respecto a la mesa del laboratorio, por lo que había que medir también la altura a la que estaba la esfera cuando pasaba por el detector de paso, con el fin de poder determinar la elevación neta de la bola de acero. La figura siguiente muestra el esquema del montaje utilizado.

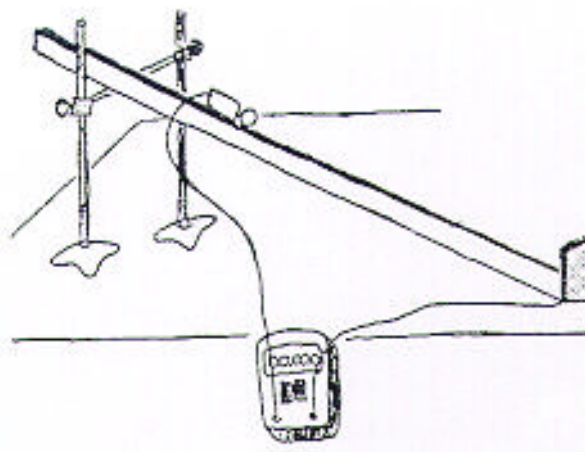
Problemas y soluciones adoptadas

En todo proceso de medida surgen infinidad de pequeños inconvenientes que, con un poco de fortuna, a veces, podemos ir resolviendo. He aquí algunos de los problemas encontrados en la realización experimental:

a) El núcleo ferromagnético del electroimán conserva un magnetismo remanente tal que, cuando se corta la alimentación al electroimán, la bola de acero no cae por el raíl de aluminio.

Esto fue un inconveniente serio pues, hasta que no se llegó a esta conclusión, la esfera pequeña, de menor peso, daba continuos problemas, unas veces por que no se despegaba del electroimán y otras por que los tiempos medidos con ella no eran tan repetitivos. Esto, como es lógico, ocurría con más frecuencia para inclinaciones muy pequeñas del carril de aluminio.

La solución estuvo en variar la tensión de alimentación del electroimán. Para cada esfera de acero se buscaba una tensión de alimentación tal, con la fuente variable, que la esfera apenas se quede enganchada al electroimán. De esta forma, nada más cortar la corriente al electroimán, la esfera comenzaba a moverse.





Esto a su vez tiene otro inconveniente, pues una vez fijada la tensión adecuada para aumentar la bobina del electroimán, no siempre se queda la bolita enganchada, y pone a prueba la paciencia del experimentador. No obstante, la esfera pequeña siguió dando problemas. que no pudimos corregir totalmente, sobre todo para inclinaciones del raíl muy pequeñas.

b) El cronómetro del reloj utilizado se activa con el mismo interruptor que después lo detiene, y el tiempo mínimo de respuesta es de unas 25 centésimas de segundo -aproximadamente-. Esto significa que una vez se ha puesto el cronómetro en marcha al presionar sobre el pulsador doble el interruptor de paso no responde -no se para el cronómetro- si no han transcurrido más de 25 centésimas de segundo.

Consecuentemente, no podrán realizarse medidas de tiempo inferiores a las 25 centésimas de segundo. La solución, en este caso trivial, consiste en tomar una longitud del carril no inferior a 1 m, sobre todo si se tiene la intención de ir inclinándolo cada vez más, como era nuestro caso.

Se puede también modificar el diseño del dispositivo de paro del reloj, utilizando el interruptor de "tiempo de vuelta" (lap time), para detener el cronómetro, con lo que se pueden conseguir medidas de tiempo inferiores a las 25 centésimas de segundo.

c) Dado que el carril de aluminio es largo, se debe procurar que se apoye firmemente, para que no varíe su posición. Esto fue otro problema, pues si sujetamos el carril con una pinza podemos obligarlo de tal forma que la abertura por donde se desliza la esfera no esté vertical. La solución estuvo en la utilización de los dos pie de trípode, unidos entre sí con una barra que servía de apoyo firme para el carril de aluminio, junto con un buen apoyo en el otro extremo del carril que descansa en la mesa.

Datos experimentales

h (mm)	82	110	126	153	171	209	232	250	272
Esfera A Ø 23.0 mm	1.92	1.66	1.55	1.41	1.33	1.20	1.14	1.10	1.06
	1.92	1.66	1.55	1.41	1.33	1.20	1.14	1.10	1.05
	1.92	1.66	1.55	1.41	1.33	1.20	1.14	1.10	1.05
	1.92	1.66	1.55	1.41	1.33	1.20	1.14	1.10	1.06
	1.92	1.66	1.55	1.41	1.33	1.20	1.14	1.10	1.05
Esfera B Ø 19.0 mm	1.95	1.68	1.57	1.43	1.35	1.22	1.16	1.11	1.07
	1.95	1.69	1.57	1.43	1.35	1.22	1.15	1.11	1.07
	1.95	1.68	1.57	1.43	1.35	1.22	1.16	1.11	1.07
	1.95	1.68	1.58	1.43	1.35	1.22	1.15	1.11	1.07
		1.69	1.57	1.43	1.35	1.22	1.16	1.11	1.07
		1.73	1.61	1.47	1.38	1.25	1.19	1.14	1.09



Esfera C Ø 15.8 mm	1.73	1.62	1.46	1.38	1.25	1.18	1.14	1.09
	1.73	1.62	1.47	1.38	1.25	1.18	1.14	1.09
	1.73	1.61	1.46	1.38	1.25	1.19	1.14	1.09
		1.62	1.47	1.38	1.25	1.18	1.14	1.09

290	300	311	338	394	435	484	516	566	706	979
1.02	1.00	0.99	0.94	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.02	1.00	0.99	0.95	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.02	1.00	0.99	0.94	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.02	1.00	0.99	0.94	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.03	1.02	1.00	0.95	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.04	1.01	1.00	0.95	0.88	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.03	1.02	1.00	0.95	0.88	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.03	1.01	1.00	0.95	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.04	1.01	1.00	0.95	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.06	1.04	1.02	0.97	0.89	0.81	0.75	0.72	0.67	0.58	0.47
1.06	1.04	1.02	0.97	0.89	0.81	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.06	1.04	1.02	0.97	0.88	0.81	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.06	1.04	1.02	0.97	0.88	0.81	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
1.06	1.04	1.02	0.97	0.88	0.81	0.75	0.72	0.67	0.58	0.47

Tabla 1. Se incluyen aquí todos los valores de t, en segundos, medidos para las tres esferas cuyos diámetros se indican y las alturas h, medidas en mm, de elevación del carril.

Datos calculados

h (mm)		82	110	126	153	171	209	232	250	272
Esfera A Ø: 23.0 mm	\bar{t}	1.92	1.66	1.55	1.41	1.66	1.20	1.14	1.10	1.053
	$1/\bar{t}^2$	0.271	0.363	0.416	0.503	0.565	0.694	0.769	0.826	0.902
Esfera B Ø: 19.0 mm	\bar{t}	1.95	1.685	1.574	1.43	1.35	1.22	1.156	1.11	1.07
	$1/\bar{t}^2$	0.263	0.352	0.404	0.489	0.549	0.672	0.748	0.812	0.873
Esfera C Ø: 15.8 mm	\bar{t}		1.73	1.616	1.465	1.38	1.25	1.184	1.14	1.09
	$1/\bar{t}^2$		0.334	0.383	0.466	0.525	0.640	0.713	0.769	0.842

290	300	311	338	394	435	484	516	566	706	979
1.02	1.00	0.99	0.94	0.87	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
0.961	1.00	1.020	1.132	1.321	1.563	1.778	1.984	2.218	2.973	4.527
1.034	1.014	1.00	0.95	0.874	0.80	0.75	0.71	0.67	0.58	0.47
0.935	0.973	1.000	1.108	1.309	1.563	1.778	1.984	2.228	2.973	4.527
1.06	1.04	1.02	0.97	0.884	0.81	1.75	0.716	0.67	0.58	0.47
0.890	0.925	0.961	1.063	1.280	1.524	1.778	1.951	2.228	2.973	4.527

Tabla 2. Valores de t medio y de $1/t^2$ para las tres esferas y para las diferentes alturas h de elevación del carril.



Tratamiento de datos

Tras la representación gráfica se observa, para cada esfera, dos rectas que se cruzan. La primera de ellas pasa por el origen y tiene mayor inclinación que la segunda. Por otra parte, la segunda recta es común para las tres esferas mientras que se observa diferente pendiente para la primera recta según la esfera estudiada. El resultado, para las primeras rectas, concuerda con el estudio teórico, pero... ¿qué ocurre con la segunda recta?, ¿no debería haber salido una parábola? Nos decidimos por un tratamiento estadístico de los datos (programa informático SPSS) con el fin de despejar interrogantes; los resultados más relevantes fueron:

Esfera pequeña ($\zeta = 15.80-0.05$ mm; $m = 16.21-0.01$ g)

El ancho de carril, $d = 8.10 \pm 0.05$ mm, es común para todas las esferas. Las alturas se expresaron en metros (con precisión de 1 mm), y el tiempo en segundos (con precisión de 0,01 s).

Primera recta ($y = mx + b$)

$r = 0.99980$, intervalo de confianza (95%)

$m = 0.321$ $sm = 0.002$ (0.316200, 0.324751)

$b = 0.003$ $sb = 0.001$

Segunda recta ($y = mx + b$)

$r = 0.99990$, $m = 0.181$ $sm = 0.001$

$b = 0.162$ $sb = 0.003$

Segundo tramo: representación

$(x = \frac{1}{t^2}, y = \frac{h}{l})$

Aproximación lineal ($x = by + c$)

$r = 0.99990$

$b = 5.52$ $sb = 0.04$

$c = -0.90$ $sc = 0.02$

Aproximación cuadrática ($x = ay^2 + by + c$)

$r = 0.99990$

$a = 0.4$ $sa = 0.2$

$b = 5.0$ $sb = 0.2$

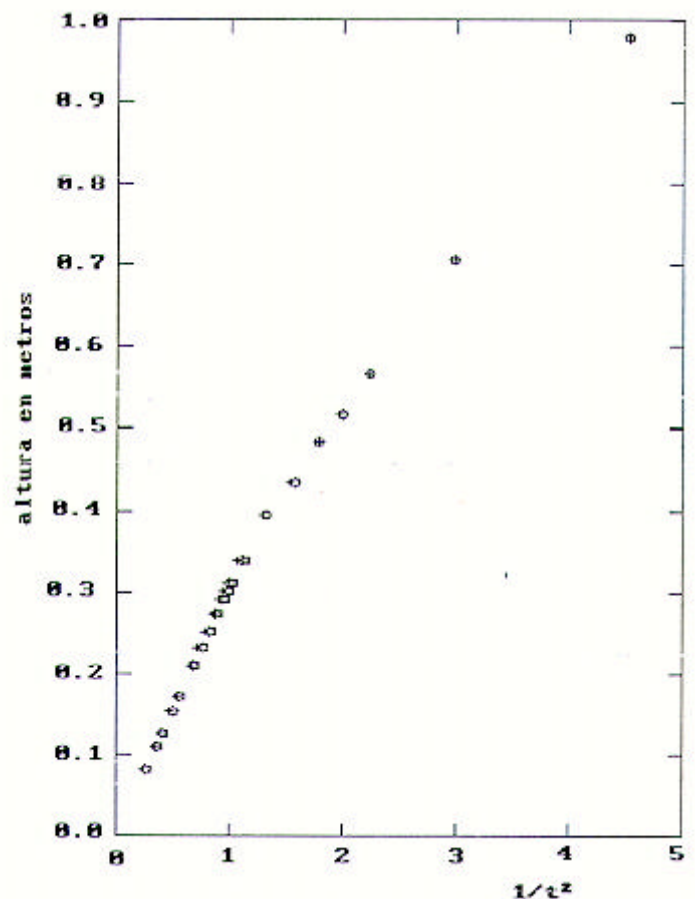
$c = -0.74$ $sc = 0.07$

Esfera mediana ($\zeta = 19.00-0.05$

mm; $m = 28.19-0.01$ g)

Primera recta ($y = mx + b$)

$r = 0.99987$ Intervalo de confianza (95%)





$$m = 0.307 \quad sm = 0.001 \quad (0.304267, 0.310556)$$

$$b = 0.002 \quad sb = 0.001$$

Segunda recta ($y = mx + b$)

$$r = 0.99973$$

$$m = 0.183 \quad sm =$$

$$b = 0.156 \quad sb =$$

Segundo tramo: representación ($x = \frac{1}{t^2}, y = \frac{h}{l}$)

Aproximación lineal ($x = by + c$)

$$r = 0.99973$$

$$b = 5.5 \quad sb = 0.6$$

$$c = -0.85 \quad sc = 0.04$$

Aproximación cuadrática ($x = ay^2 + by + c$)

$$r = 0.99988$$

$$a = 0.6 \quad sa = 0.3$$

$$b = 4.7 \quad sb = 0.4$$

$$c = -0.6sc = 0.1$$

Esfera grande ($\tilde{r} = 23.00-0.05 \text{ mm}; m = 49.62-0.01 \text{ g}$)

Primera recta ($y = mx + b$)

$$r = 0.99989 \quad \text{Intervalo de confianza (95\%)}$$

$$m = 0.301 \quad sm = 0.001 \quad (0.297837, 0.303342)$$

$$b = 0.001 \quad sb = 0.001$$

Segunda recta ($y = mx + b$)

$$r = 0.99971$$

$$m = 0.183 \quad sm = 0.002$$

$$b = 0.155 \quad sb = 0.005$$

Segundo tramo: representación ($x = \frac{1}{t^2}, y = \frac{h}{l}$)

Aproximación lineal ($x = by + c$)

$$r = 0.99971$$

$$b = 5.46 \quad sb = 0.06$$

$$c = -0.84 \quad sc = 0.04$$

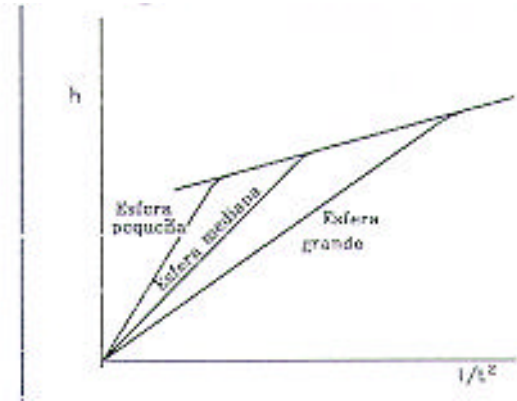
Aproximación cuadrática ($x = ay^2 + by + c$)

$$r = 0.99990$$

$$a = 0.6 \quad sa = 0.2$$

$$b = 4.6 \quad sb = 0.3$$

$$c = -0.6sc = 0.1$$



Resultados



Esfera pequeña, punto de corte (1.14 s⁻², 0.369 m) $\varphi = 21.65^\circ$, $\mu = 0.12$, $g = 9.6 \pm 0.3 \text{ m/s}^2$

Esfera mediana, punto de corte (1.24 s⁻², 0.382 m) $\varphi = 22.45^\circ$, $\mu = 0.12$, $g = 9.7 \pm 0.3 \text{ m/s}^2$

Esfera grande, punto de corte (1.31 s⁻², 0.394 m) $\varphi = 23.19^\circ$, $\mu = 0.12$, $g = 9.7 \pm 0.3 \text{ m/s}^2$

Discusión

1. Las rectas de las tres esferas correspondientes al primer tramo son estadísticamente discernibles pues sus intervalos de confianza no se solapan. Lo que nos dice que nuestro método es lo suficientemente preciso para distinguir el movimiento de cada esfera.

2. La aproximación cuadrática no ofrece mejora estadística sobre la aproximación lineal en las esferas pequeña y mediana pero sí en la grande. En cualquier caso, se observa una mejora en la correlación cuadrática. Esto nos puede indicar que la aproximación cuadrática realizada en el apartado teórico es mejor para explicar el segundo tramo.

3. El menor valor obtenido para la gravedad en la esfera pequeña podría ser debido al magnetismo remanente que quedaba alrededor del electroimán al abrir el circuito y que retenía a la esfera dando tiempos mayores en su caída. Esto nos llevaría a una pendiente mayor de la real y como consecuencia, a una gravedad menor.

4. Comparación de los coeficientes cuadráticos teóricos con los experimentales:

esfera pequeña	teóricos	experimentales
	$a = \frac{\eta g}{4l \cos \alpha} = 0.3$	$a = 0.4 \pm 0.2$
	$b = \frac{g}{2l} = 4.85$	$b = 5.0 \pm 0.2$
	$c = -\frac{\eta g}{2l \cos \alpha} = -0.67$	$c = -0.74 \pm 0.07$
esfera mediana	teóricos	experimentales
	$a = \frac{\eta g}{4l \cos \alpha} = 0.3$	$a = 0.6 \pm 0.3$
	$b = \frac{g}{2l} = 4.85$	$b = 4.7 \pm 0.4$



	$c = -\frac{\eta g}{2l \cos \alpha} = -0.6$	$c = -0.6 \pm 0.01$
esfera grande	teóricos	experimentales
	$a = \frac{\eta g}{4l \cos \alpha} = 0.3$	$a = 0.6 \pm 0.2$
	$b = \frac{g}{2l} = 4.85$	$b = 4.6 \pm 0.3$
	$c = -\frac{\eta g}{2l \cos \alpha} = -0.6$	$c = -0.6 \pm 0.01$

Vemos que la predicción teórica se solapa con la experimental lo que reafirma, una vez más, lo acertado de nuestro tratamiento.

5. El hecho de que en el segundo tramo se tenga una sola recta que converge a la recta de caída libre es coherente con el hecho de que el rozamiento (y como consecuencia la rotación) cada vez es menor al aumentar la inclinación del plano.

6. La aceleración con que caen las esferas depende de la relación diámetro de la esfera/carril, de acuerdo con la ecuación:

$$a = \frac{g \operatorname{sen} j}{\left(1 + \frac{2}{5 \cos^2 \alpha}\right)}$$

Esto explica el hecho de que cuando se colocan dos esferas de distinto tamaño sobre el carril y estas ruedan, la mayor cae antes que la menor.

Conclusiones

1. Los resultados obtenidos justifican de pleno lo acertado del tratamiento que, por la simplicidad de su realización, resulta adecuado como práctica de COU y de primeros cursos universitarios.
2. El alto valor de la correlación para cualquier recta aconseja, por sencillez, un tratamiento lineal incluso para el segundo tramo.
3. Debido al magnetismo remanente es preferible utilizar esferas grandes (más pesadas) con el fin de minimizar dicho efecto.